Benno Willemsen, Birgit Decker, Lars Klöser — FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen University

Übungsblatt 2 — 19.10.2016

Präsenzaufgaben

1.) Welcher Punkt hat von den Punkten $A = (0, 1)$, $B = (0, 7)$ und $C = (4, 9)$ den gleichen Abstand? Tipp: P sei der gesuchte Punkt. Es muss für die zugehörigen Ortsvektoren gelten:

$$\|\vec{p} - \vec{a}\| = \|\vec{p} - \vec{b}\| = \|\vec{p} - \vec{c}\|$$

2.) Zeigen Sie, dass für beliebige Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gilt:

(a) $\|\vec{a} + \vec{b}\|^2 = \|\vec{a}\|^2 + \|\vec{b}\|^2 + 2\langle\vec{a}, \vec{b}\rangle$

(b) $\|\vec{a} + \vec{b}\|^2 + \|\vec{a} - \vec{b}\|^2 = 2\|\vec{a}\|^2 + 2\|\vec{b}\|^2$

(c) $\|\vec{a} + \vec{b}\|^2 - \|\vec{a} - \vec{b}\|^2 = 4\langle\vec{a}, \vec{b}\rangle$

3.) Welche der folgenden Gleichungen bzw. Aussagen sind für beliebige Vektoren und beliebige Skalarprodukte richtig? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

(a) $\vec{a} \cdot \langle\vec{a}, \vec{c}\rangle = \vec{a}^2 \cdot \vec{c}$

(b) $\vec{b} = \sqrt{\vec{b}^2}$

(c) $\langle\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - \vec{b}\rangle = \vec{a}^2 - \vec{b}^2$

(d) $\dfrac{\langle\vec{a}, \vec{b}\rangle}{\langle\vec{b}, \vec{b}\rangle} \cdot \vec{b} = \vec{a}$

(e) $\langle\vec{a}, \vec{b}\rangle = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = \vec{0}$ oder $\vec{b} = \vec{0}$

(f) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} \cdot \vec{x} = 3 \quad \Rightarrow \quad \vec{x} = \frac{3}{\vec{a}} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

4.) Bestimmen Sie einen Vektor, der senkrecht auf $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ steht.

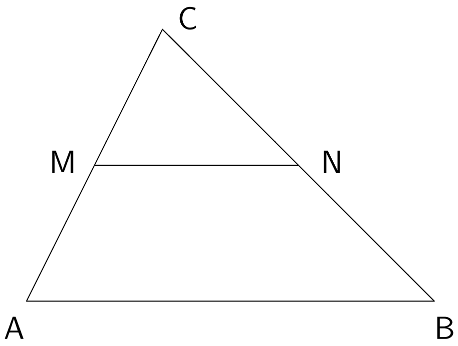
5.) Selbstlernphase zur Norm eines Vektors:

(a) Lesen und verstehen Sie die Seiten 33 bis 35, bis einschließlich Kapitel 2.1.1 aus dem Skript, so dass Sie auf Nachfrage die Berechnungsvorschrift einer p-Norm für $p = 1, 2, \infty$ wiedergeben und die zugehörigen Namen nennen können.

(b) Zeichnen Sie die Einheits“kreise“ im $\mathbb{R}^2$ bzgl. der Normen $\|\cdot\|_1, \|\cdot\|_2$ sowie $\|\cdot\|_\infty$ in einen Graphen, d.h. zeichnen Sie den Rand der Menge ein, die vom Ursprung des KO-Systems in der jeweiligen Norm den Abstand 1 besitzt.

Hausaufgaben (Abgabe bis 25.10.2015)

6.) In einem Dreieck ABC sind M und N die Mittelpunkte der Seiten $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ (siehe Zeichnung). Zeigen Sie: Die Strecke $\overline{MN}$ ist parallel zur Dreiecksseite $\overline{AB}$ und halb so lang wie diese.



7.) Berechnen Sie den Abstand der Punkte von

(a) $A = (-1; 2)$ und $B = (3; 4)$

(b) $C = (1; 2; 3)$ und $D = (3; -3; 5)$

voneinander.

8.) (Siehe Ergänzungsübung)
Schreiben Sie eine Klasse `VectorRn`, die die Vektoren des $\mathbb{R}^n$ symbolisiert, mit folgenden Methoden:

```
public VectorRn add (VectorRn v2)

public VectorRn mult (double d).
```

`add` soll dabei die Addition des `this`-Objektes mit dem Vektor `v2` und `mult` die Multiplikation des `this`-Vektors mit dem Skalar `d` durchführen und zurückgeben. Das `this`-Objekt soll dabei jeweils unverändert bleiben.
Dabei soll die gewohnte komponentenweise Addition und Multiplikation verwendet werden.
Werfen Sie im Falle nicht konsistenter Dimensionen bei der Addition eine `RuntimeException`.
Halten Sie sich an die Namenskonventionen.

Betrachten Sie die folgenden Testfälle:
$\vec{a} = (1, 2, 3, 4)^T$, $\vec{b} = (5, 6, 7, 8)^T$, $\vec{c} = (1, 2)^T$, $d = 3$

Eingabe	Ausgabe
$\vec{a} + \vec{b}$	$(6, 8, 10, 12)^T$
$\vec{a} + \vec{c}$	Exception
$\vec{a} * d$	$(3, 6, 9, 12)^T$

9.) Erweitern Sie die Klasse `VectorRn` aus der letzten Hausaufgabe um die Methoden

```
public static double scalarProd (VectorRn v1, VectorRn v2)
```

und

```
public double getNorm ().
```

`scalarProd` ist eine statische Methode, die das Standard-Skalarprodukt der beiden Parameter `v1` und `v2` berechnen und zurückgeben soll. Werfen Sie im Falle nicht konsistenter Dimensionen wieder eine `Exception`.
`getNorm` soll die Standardnorm des `this`-Objektes bzgl. des Standardskalarproduktes berechnen und zurückgeben. Verwenden Sie zur Berechnung die Methode `scalarProd`.

Betrachten Sie die folgenden Testfälle:
$\vec{a} = (1, 2, 3, 4)^T$, $\vec{b} = (5, 6, 7, 8)^T$, $\vec{c} = (1, 2)^T$

Eingabe	Ausgabe
$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$	70.0
$\langle \vec{a}, \vec{c} \rangle$	Exception
$\|\vec{a}\|$	5.477225575051661