Aufgaben zur Veranstaltung
Lineare Algebra 2, SS 2019

Benno Willemsen, Louai Ben Yahia, Svenja Schmidt FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen

Übungsblatt 1 25.03.2019

Präsenzaufgaben

1.) Gegeben ist die Abbildung

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f(x) = |x|$$

sowie die Mengen $A = [-1; 1[$ und $B =]-1; 1]$. Bestimmen Sie $f(1)$, $f^{-1}(\{1\})$, $f(A)$ und $f^{-1}(B)$.

2.) **Selbstlernphase** Lesen und verstehen Sie die Beweise in **Bemerkung 4.5** und **4.6** im Skript. Beweisen oder Wiederlegen Sie anschließend die folgenden Aussagen.

(a) Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Es gilt f invertierbar $\Rightarrow f(0) = 0$.

(b) Es ex. eine zu sich selbst inverse Abbildung $f : A \to A$. A sei ein Vektorraum.

(c) Es sei $f : A \to B$ und $g : B \to C$. f und g invertierbar. Zur Verkettung $g \circ f : A \to C$ ist die Abbildung $f^{-1} \circ g^{-1}$ invers.

(d) Es sei $f, g \in C[a, b]$, f und g invertierbar. Eine Linearkombination, wie in **Beispiel 3.24** definiert, von f und g ist invertierbar.

3.) Welche der folgenden Abbildungen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ sind linear?

(a) $f(x_1, x_2) = (x_1 + 1, x_2 + 1)$

(b) $f(x_1, x_2) = (x_1, x_2)$

(c) $f(x_1, x_2) = (x_2, |x_1|)$

Hausaufgaben (Abgabe bis 31.03.2019)

4.) Gegeben ist die Abbildung

$$f : \mathbb{R}^2 \ni \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} {x_1}^2 \\ \frac{1}{2}x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

sowie die Menge $A = [-1;1] \times [0;10]$.

Bestimmen Sie $f\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$, $f^{-1}\left(\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}\right)$, $f(A)$ und $f^{-1}(A)$.

(3 Punkte)

5.) Gegeben sind folgende Abbildungen:

(a) $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, x \mapsto x^2 - x - 2$

(b) $g : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, x \mapsto x^3 - x$

(c) $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2y \\ x-2 \end{pmatrix}$

Zeigen Sie welche der Abbildungen injektiv, surjektiv oder bijektiv sind. Wie muss der Definitionsbereich bzw. Bildbereich gegebenenfalls geändert werden um die Abbildung bijektiv zu machen.

(3 Punkte)

6.) Welche der folgenden Abbildungen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ sind linear?

(a) $f(x_1, x_2) = (x_1 + 1, x_2 + 1)$

(b) $f(x_1, x_2) = (x_1, x_2)$

(c) $f(x_1, x_2) = (x_2, |x_1|)$

(je 3 Punkte)

7.) Gegeben sei die Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ mit
$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 2x_3, 4x_2)$

(a) Zeigen Sie f ist linear

(b) Bestimmen Sie den Kern(f) und das Bild(f).

(c) Ist die Abbildung f injektiv oder surjektiv?

(je 3 Punkte)