Prof. Dr. Horst Schäfer, Yvonne Albrecht, M.Sc. FH Aachen, FB 09; IT Center, RWTH Aachen

Hausaufgabenblatt 05

1. Es sei X stetig mit Dichtefunktion $f : (0; \infty) \to (0; \infty)$; $f(x) = \gamma \cdot x \cdot e^{-x}$ mit $x > 0$.

   a) Bestimmen Sie γ so, dass f eine Dichtefunktion ist.

   b) Wie lautet die Verteilungsfunktion von X?

   c) Bestimmen Sie die Verteilung von $Y = \frac{1}{X}$.

2. Die Zufallsvariable X besitze den Mittelwert $E(X) = \mu_X = 2$ und die Varianz $Var(X) = \sigma_X^2 = 0,5$. Berechnen Sie die entsprechenden Kennwerte (Erwartungswert, Varianz) der folgenden linearen Funktionen von X:

   a) $Z = 2X - 3$
   b) $Z = -0,5X + 2$
   c) $Z = 10X$
   d) $Z = 2$

3. X repräsentiere die täglichen Verkäufe eines bestimmten Produktes und besitze die Wahrscheinlichkeitsverteilung:

x	7.000	7.500	8.000	8.500	9.000	9.500	10.000
$P(X = x)$	$0,05$	$0,2$	$0,35$	$0,19$	$0,12$	$0,08$	$0,01$

   a) Berechnen Sie

      i. den Erwartungswert,
      ii. die Varianz
      iii. und den Median von X.

   b) Berechnen Sie das

      i. untere Quartil,
      ii. obere Quartil
      iii. sowie den Quartilabstand.

   c) Berechnen Sie das 90%-Quantil.

4. Ein Unternehmen hat einen neuen Auftrag erhalten. Die zu produzierenden Werkstücke sollen eine bestimmte Länge haben. Der Kunde akzeptiert eine Toleranz von $\pm 0,5$mm. Aus Erfahrung weiß man im Unternehmen, dass die Wahrscheinlichkeit für die Abweichungen von Sollgrößen (gemessen in mm) mit folgender Dichtefunktion beschrieben werden kann:

$$f(x) = \begin{cases} 0,25 \cdot (3 + x) & \text{für } -3 \leq x < 0 \\ 0,25 \cdot (3 - x) & \text{für } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

   a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ein Werkstück zu liefern, das vom Kunden auch angenommen wird?

   b) Wie groß ist das Moment 1.Ordnung (= Erwartungswert)?

   c) Wie groß ist das Zentralmoment 2.Ordnung (= Varianz)?