

Übungsblatt 07

18.11.2021

1. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = 3x^2 + x - 2$$

- Berechne die Ableitungsfunktion von f mit Hilfe des Differenzialquotienten an der Stelle $x = x_0$.
- Welcher Punkt von f besitzt eine Tangente mit der Steigung 7?
- Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente aus b).

2. Differenzieren Sie die folgenden Funktionen:

- $f(x) = (3 \ln(x))^{2x}$
- $f(x) = (\sin(x))^{\ln(x)}$
- $f(x) = x^{x^{\frac{1}{2}}}$
- $f(x) = a^x \cdot x^a \quad (a \in \mathbb{R})$
- $f(x) = (\arctan(x))^x$

Hinweis: $f(x)^{g(x)} = e^{g(x) \cdot \ln(f(x))}$

3. **(Präsentation der Lösung)** Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Rolle, dass die Funktion

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln(x) + 2 - x$$

höchstens zwei Nullstellen besitzt.

4. **(Präsentation der Lösung)** Welchen Grenzwert, falls dieser existiert, besitzen die gegebenen Ausdrücke?

- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(x)}{3x^3 + 4x} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\ln(x - \frac{\pi}{4} + 1)}{\cos^2(x) - \sin^2(x)} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(1+x) \cdot e^{-x})$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x^{\frac{2}{x}} \right)$

5. **(Präsentation der Lösung)** Bestimmen Sie die Grenzwerte:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(x) - x + \frac{x^3}{6}}{x^5} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left((\cos(x))^{\frac{1}{x^2}} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln(x)} \right)$