

Übungsblatt 09

02.12.2021

1. Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 + 2$ auf dem Intervall $[0, 1]$.
- Bestimmen Sie die Obersumme O_n der gegebenen Funktion.
 - Bestimmen Sie die Untersumme U_n der gegebenen Funktion.
 - Bestimmen Sie Ober- und Untersumme für die Streifenbreite $h = \frac{1}{2}$.
 - Um wie viel Prozent verbessert bzw. verschlechtert sich das Ergebnis, falls $h = \frac{1}{4}$?
 - Um wie viel Prozent weichen die Ergebnisse aus $d)$ vom exakten Ergebnis $\frac{7}{3}$ ab?

2. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie die Integrale:

a) $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx$

b) $\int \frac{1}{1+x^2} dx$

c) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) dx$

d) $\int \frac{x}{1+x^2} dx$

e) $\int \frac{1+x}{1+x^2} dx$

f) $\int \sqrt{1+2x} dx$

3. Bestimmen Sie die Stammfunktion und berechnen Sie ggfls. das bestimmte Integral der Funktion $f(x)$ auf dem Intervall $C = [a, b]$.

a) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ mit $C = [\sqrt{5}; \sqrt{10}]$

b) $f(x) = \sin^2(x)$

c) $f(x) = \ln(x)$ mit $C = [1; e]$

d) $f(x) = \sin(x) \cdot e^{-\cos(x)}$ mit $C = [0; \frac{\pi}{4}]$

Hinweis: Verwenden Sie bei c) ggfls. die partielle Integration.

4. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie die bestimmten Integrale

a) $\int_{\frac{1}{3}}^1 (x-1) \cdot e^{3x} dx$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin(x)} \cdot \cos(x) dx$

c) $\int_0^1 x \cdot e^{2+3x^2} dx$

5. **(Präsentation der Lösung)** Bestimmen Sie die Stammfunktion $F(x)$ der gegebenen Funktionen. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse durch Differentiation.

a) $f(x) = (x - 2) \cdot (x - 4)$

b) $f(x) = 4x \cdot \cos(x^2)$

c) $f(x) = \sqrt{x} \cdot (x^2 - 4)$