

Hausaufgabenblatt 07

1. Bilden Sie jeweils die 1. Ableitung:

a) $f(x) = \frac{(3 + 4x^2)^5}{(2x^3 + 1)^{13} \cdot \sqrt{1 + x^2}}$

b) $g(x) = e^{3x} \cdot (\ln(x))^{-\frac{3}{x}}$

c) $h(x) = \log_3 \left(\frac{1 + x^2}{2 + x^3} \right)$

d) $k(x) = (10^x + \log_{10}(x))^2$

2. Haben folgende Funktionen potentielle Extremstellen?

a) $f(x) = 3x^2 + 6x$

b) $g(x) = 6x^3 - 9x^2$

3. Gegeben sei die Funktion

$$f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = 2 \ln(x^3 + \sqrt{2 - x^2})$$

Zeigen Sie durch Anwendung des Mittelwertsatzes: $\exists y \in]0, 1[$ mit $f'(y) = \ln(2)$

4. Untersuchen Sie die gegebenen Funktionen auf Monotonie im entsprechenden Intervall.

a) $f(x) = \frac{1}{x-3} \quad [-1; 2]$

b) $f(x) = \sqrt{1 - x^2} \quad (-1; 1)$

c) $f(x) = x^2 + 2x + 2 \quad (-4; -1]$

5. Bestimmen Sie die Grenzwerte:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)}{3x + 7} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{1 + \cos(x)}{x - \pi} \right)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left((1 - \sin(x))^{\frac{1}{\tan(x)}} \right)$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \cdot \left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x} \right) \right)$