

Übungsblatt 1

05.10.2022

Selbstlernaufgaben

Aufgabe 1

Lösen Sie das folgenden Gleichungssystem, wobei rechts vom senkrechten Strich jeweils verschiedene rechte Seiten

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

stehen:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

Benutzen Sie dabei den erweiterten Gauß-Algorithmus so, dass das Ergebnis folgende Form hat:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & X & X & X \\ 0 & 1 & 0 & X & X & X \\ 0 & 0 & 1 & X & X & X \end{array} \right).$$

Das Symbol X steht hier für einen zu berechnenden Wert.

Aufgabe 2

Wieviele und welche Lösungen hat das folgende Gleichungssystem? Lösen Sie dieses mit dem Gauß-Algorithmus.

$$\begin{aligned} 3x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 7x_4 &= 39 \\ 6x_1 + 5x_2 - 2x_3 - 7x_4 &= 42 \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 - 14x_4 &= 3 \end{aligned}$$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie abhängig vom Parameter α , wann das gegebene LGS eindeutig lösbar ist, gar nicht lösbar ist oder unendlich viele Lösungen besitzt. Geben Sie für $\alpha = 1$ die Lösungsmenge an.

$$\begin{aligned}1x_1 + 1x_2 + 0x_3 &= 1 \\1x_1 + 2x_2 + 0x_3 &= -1 \\0x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 &= (1 + \alpha)\end{aligned}$$

Aufgabe 4

Betrachten Sie das Lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}1x_1 + 2x_2 + 1x_3 + 2x_4 &= 1 \\2x_1 - 1x_2 + 1x_3 - 2x_4 &= -1 \\-1x_1 - 7x_2 - 2x_3 - 8x_4 &= -5\end{aligned}$$

(a) Beurteilen Sie zunächst ohne Rechnung, ob das LGS

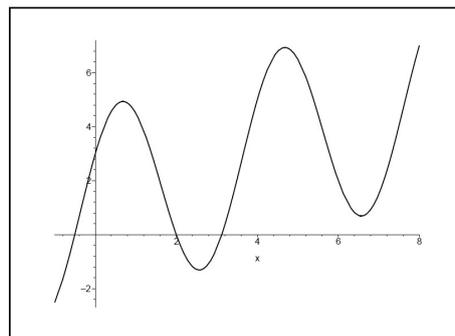
- eindeutig lösbar
- lösbar mit unendlich vielen Lösungen
- unlösbar

sein kann.

(b) Berechnen Sie welcher der drei oben genannten Fälle zutrifft.

Aufgabe 5

Typische IHK-Aufgabe: Messung ergab die folgende Kurve



Man vermutet, dass es sich um die Überlagerung einer linearen mit einer periodischen Kurve handelt, wobei der periodische Teil die Periode 4 haben könnte. Auf der Kurve liest man die Werte $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ und $f(4)$ ab und erhält 3 , $\frac{9}{2}$, 0 und 5 . Man macht für f den Ansatz

$$f(x) = a + bx + c \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + d \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$$

Bestimmen Sie die Koeffizienten a , b , c und d .

Hausaufgaben

Aufgabe 6

Geben Sie ein lineares Gleichungssystem mit der folgenden Lösungsmenge an:

$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

Aufgabe 7

Bestimmen Sie ein Polynom der Form $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, das durch die Punkte $(-1; 2), (0; 1), (1; 2), (\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ geht. Nutzen Sie zur Berechnung ein lineares Gleichungssystem.

Aufgabe 8

Zwei Orte A und B sind 245 km voneinander entfernt. Um 8 Uhr fährt Herr Bummel in A ab, um nach B zu fahren. 20 Minuten später startet Frau Schrott von B aus nach A . Um 9 Uhr sind sie noch 135 km voneinander entfernt. Um 10 Uhr treffen sie sich. Wie groß waren die Durchschnittsgeschwindigkeiten der beiden und in welcher Entfernung von A liegt der Treffpunkt?

Aufgabe 9

Die erweiterte Matrix des linearen Gleichungssystems $Ax = b$ mit $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ sei:

$$(A \mid b) = \left(\begin{array}{ccc|c} \alpha & 0 & \beta & 2 \\ \alpha & \alpha & 4 & 4 \\ 0 & \alpha & 2 & \beta \end{array} \right)$$

Für welche α und β hat das System

- eine eindeutige Lösung?
- eine einparametrische Lösung?
- eine zweiparametrische Lösung?
- keine Lösung?