Aufgaben zur Veranstaltung
Lineare Algebra 1, WS 2022/23

Benno Wienke, Daniel Weinholz, Leo Kerojoki Aachen

Übungsblatt 3 19.10.2022

Selbstlernaufgaben

Aufgabe 1

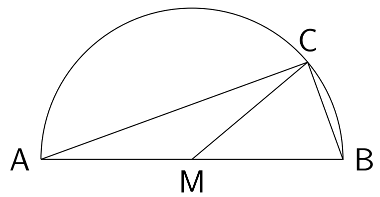
Bestimmen Sie einen Vektor, der senkrecht auf $a = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ steht.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass durch $||x|| = \max\limits_{i=1,\dots,n} |x_i|$ eine Norm für Vektoren des $\mathbb{R}^n$ gegeben ist.

Aufgabe 3

Beweisen Sie, dass jedes Dreieck A,B,C, das wie in der Skizze dargestellt konstruiert wurde, rechtwinklig ist.(Satz des Thales)
Dabei liegt der Punkt C auf dem Halbkreis über A und B.



Hinweis: Sie erkennen am Skalarprodukt zweier Vektoren ob die Vektoren senkrecht zueinander stehen. Für einen Vektor a gilt fü das euklidische Skalarprodukt und die euklidische Norm $< a, a >= ||a||^2$

Aufgabe 4

Gegeben sei ein Dreieck mit den Punkten:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie

(a) den Umfang des Dreiecks

(b) die Mittelpunkte der Seiten

(c) den Flächeninhalt mithilfe von Projektion/Lot

Hausaufgaben

Aufgabe 5

Typische IHK-Aufgabe. Ein Hochhaus-Fallschirmspringer (Base Jumper) springt von einem 21 Meter hohen Hochhaus in nordöstliche Richtung. Seine Flugbahn beschreibt eine Gerade. Seine Geschwindigkeit ist konstant; pro Sekunde fällt der Artist $\sqrt{2}$ Meter in Richtung Nordost und 2 Meter in die Tiefe. Das Podest, auf dem der Fallschirmspringer landen soll, hat einen Radius von 3 Metern und ist 1 Meter hoch. Die Mitte des Podests befindet sich von der Hausecke, von wo der Artist springt, gesehen, 11 Meter in östlicher und 10 Meter in nördlicher Richtung. Hinweis: Führen Sie ein geeignetes Koordinatensystem ein.

(a) Bestimmen Sie darin die Koordinaten der wesentlichen Punkte:

- Absprungstelle,
- Mittelpunkt des Podests und
- Landepunkt auf dem Podest.

(b) Welche Strecke legt der Artist im Flug zurück?

(c) Wie lange dauert der Flug?

(d) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Fallschirmspringers?

Aufgabe 6

Bestimmen Sie den Cosinus des Winkels zwischen den Vektoren

(a) $a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

(b) $a = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$

Aufgabe 7

Prüfen Sie nach, ob die folgenden Punkte Eckpunkte eines gleichschenkligen und rechtwinkligen Dreieck sein können, d.h. ob 2 der Verbindungslinien gleich lang sind und einen rechten Winkel bilden.

$$P_1 = (1, 1+\sqrt{3}), \quad P_2 = (2+\sqrt{3}, 2), \quad P_3 = (3, 1-\sqrt{3})$$

Aufgabe 8

Gegeben sind 2 Vektoren $a, b \in \mathbb{R}^3$. Bestimmen Sie den Vektor p als Projektion von b auf a und dann den Vektor q, die Projektion von p auf b. Berechnen Sie daraus

$$\frac{\|q\|}{\|p\|}$$

und vereinfache das Ergebnis so, dass darin nur noch die Vektoren a und b vorkommen.