

Übungsblatt 7

16.11.2022

Selbstlernaufgaben

Aufgabe 1

Welche Abstände haben die Punkte $Q = (7; 4; 5)$ und $R = (-4; -6; -3)$ von der Ebene

$$\langle x, n \rangle = \langle p, n \rangle \quad \text{mit} \quad p = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad n = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} ?$$

Aufgabe 2

Gegeben ist die Gerade

$$g_1 : x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Berechnen Sie den Punkt auf der Geraden g_1 , der den kürzesten Abstand zum Punkt $P = (0; 5; 1)$ hat.
- Durch P und dem Richtungsvektor $(1, 1, 0)$ ist eine zweite Gerade g_2 gegeben. Berechnen Sie den Abstand zwischen g_1 und g_2 .

Aufgabe 3

Bestimmen Sie folgende Determinanten. Gehen Sie bei Ihrer Lösung möglichst geschickt vor, um Rechenarbeit zu sparen.

$$(a) \begin{vmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 9 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix} \quad (b) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \quad (c) \begin{vmatrix} a^2 & ab & ac \\ a & b & c \\ 3 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 4

Typische IHK-Aufgabe. Ein Flugzeug benötigt bei Gegenwind bis zum Abheben 500 m und startet dann in Richtung $(3; 1)$. Bei Rückenwind hebt das Flugzeug erst nach 750 m ab und startet in Richtung $(4; 1)$. Am Ende der 1 km langen Startbahn steht ein 10 m hoher Beleuchtungsmast. Wie groß ist der Mindestabstand des Mastes zu der Flugbahn bei Gegen- bzw. Rückenwind?

Hausaufgaben

Aufgabe 5

Bearbeiten Sie das Ilias-Quiz für diese Woche.

Aufgabe 6

Typische IHK-Aufgabe. In der Fußballarena des FC MATSE wird der Tunnel in die Katakomben während des Spieles von einer schweren Metallplatte verschlossen. Die Metallplatte hat zwei Scharniere an den Punkten $S = (0, 0, 0)$ und $T = (0, 4, 0)$. Um den Zugang zu öffnen ist eine Aufhängung an der Metallplatte an Stahlseilen befestigt. Im geschlossenen Zustand befindet sich diese Aufhängung in Punkt $A = (-3, 2, 0)$, im geöffneten Zustand im Punkt $B = (-3/\sqrt{2}, 2, 3/\sqrt{2})$.

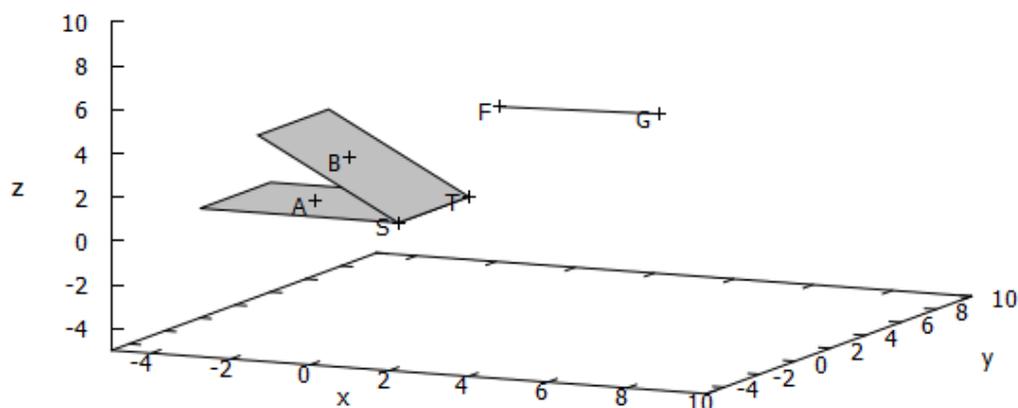
- (a) Zeigen Sie, dass die Metallplatte beim Öffnen um 45° gedreht wird.
(Hinweis: $\cos(45^\circ) = 1/\sqrt{2}$)

Der Architekt schlägt vor, die Metallplatte an der Aufhängung mittels zweier Stahlseile zu befestigen, deren anderes Ende am Stadion an den Punkten $F = (3, -1, 6)$ bzw. $G = (3, 8, 3)$ befestigt werden soll.

- (b) Welche Länge muss das an F befestigte Stahlseil (im geschlossenen Zustand) dann (mindestens) haben?

Sie bevorzugen eine Lösung mit nur einem Stahlseil, dessen anderes Ende am Stadion an einer Stelle H auf der geraden Verbindung zwischen F und G befestigt wird.

- (c) Bestimmen Sie die Stelle für H , wenn das Stahlseil möglichst kurz sein soll.



Aufgabe 7

Bildet \mathbb{N}_0 mit der Verknüpfung

$$a \circ b = |a - b|$$

eine abelsche Gruppe?

Aufgabe 8

Gegeben sind die Vektoren

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ -1/2 \\ \beta \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 2\alpha \\ -2 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} -1 \\ -\alpha \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Variablen α und β derart, dass der aus den 3 Vektoren gebildete Spat das Volumen 17 VE hat und das von den Vektoren a und b aufgespannte Parallelogramm den Flächeninhalt 19 FE hat.

Aufgabe 9

Zeigen Sie mithilfe der Determinanten, dass die folgenden 3 Ebenen keinen eindeutigen Schnittpunkt haben.

$$E_1 : x + z = 4, \quad E_2 : 3x - 2y + 2z = 1, \quad E_3 : 2y + z = 11$$