

Präsenzaufgaben 6

08./09.11.2023

Die Lösung der Aufgaben wird am Ende der Übung von Ihnen vorgestellt.

Nullstellenbestimmung

Schreiben Sie ein Programm, das mit mehreren Verfahren die Nullstellen von Funktionen bestimmen kann. Das Programm soll dabei leicht sowohl auf neue Funktionen als auch auf neue Verfahren erweiterbar sein.

Kurze Theorie zur Nullstellenbestimmung:

Voraussetzungen der beiden vorgestellten Verfahren zur Bestimmung der Nullstelle einer stetigen Funktion f im offenen Intervall (a,b) sind (laut Zwischenwertsatz):

$$a < b \quad \text{und} \quad f(a) \cdot f(b) < 0$$

Bisektionsverfahren

Das Bisektionsverfahren ist das einfachste Verfahren zur näherungsweisen Bestimmung einer Nullstelle einer Funktion. Für die Berechnung setzt man zunächst

$$x_1=a, \quad x_2=b, \quad x_m = \frac{x_1+x_2}{2}$$

Die Iterationsvorschrift lautet dann:

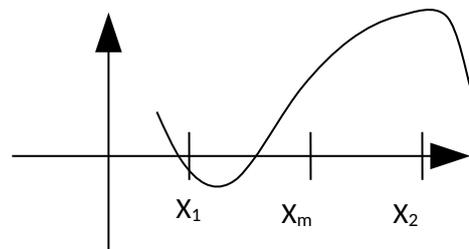
Solange $x_2-x_1 > 10^{-10}$:

Falls $|f(x_m)| < 10^{-10}$: Ausgabe des Ergebnisses x_m ; Ende

Falls $f(x_1) \cdot f(x_m) < 0$: Setze $x_2=x_m$.

Falls $f(x_2) \cdot f(x_m) < 0$: Setze $x_1=x_m$.

$$\text{Setze } x_m = \frac{x_1+x_2}{2}$$



Die Nullstelle ergibt sich nach Abschluss des Verfahrens zu x_m .

Sekantenverfahren

Grundidee ist eine Sekante, die zwischen je zwei Punkte des Graphen der Funktion gelegt wird. Als neuer (besserer) Startwert für die Iteration wird dann der Schnittpunkt dieser Sekante mit der x-Achse verwendet. Für die Berechnung setzt man zunächst

$$x_1=a, \quad x_2=b, \quad x_m = \frac{x_1 \cdot f(x_2) - x_2 \cdot f(x_1)}{f(x_2) - f(x_1)}$$

Die Iterationsvorschrift lautet dann:

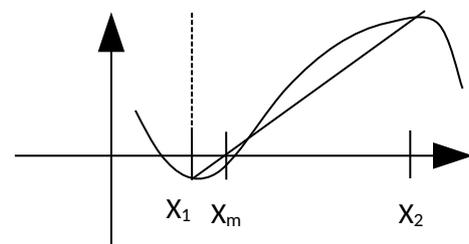
Solange $x_2-x_1 > 10^{-10}$:

Falls $|f(x_m)| < 10^{-10}$: Ausgabe des Ergebnisses x_m ; Ende

Falls $f(x_1) \cdot f(x_m) < 0$: Setze $x_2=x_m$.

Falls $f(x_2) \cdot f(x_m) < 0$: Setze $x_1=x_m$.

$$\text{Setze } x_m = \frac{x_1 \cdot f(x_2) - x_2 \cdot f(x_1)}{f(x_2) - f(x_1)}$$



Die Nullstelle ergibt sich nach Abschluss des Verfahrens zu x_m .

Aufgabenstellung

- 1) Schreiben Sie ein Interface
- `Verfahren`
- mit der Methode

```
//Berechnet eine Nullstelle der Funktion f im Intervall [a,b]
public double getNullstelle(Funktion f, double a, double b);
```

- 2) Schreiben Sie die zwei Klassen
- `Bisektionsverfahren`
- und
- `Sekantenverfahren`
- , die beide das Interface
- `Verfahren`
- implementieren und die Methode
- `getNullstelle`
- überschreiben. In der Methode wird die Nullstelle der Funktion
- f
- nach dem jeweiligen Verfahren berechnet.

- 3)
- `Funktion`
- ist dabei ebenfalls ein Interface mit der Methode

```
//Errechnet Funktionswert
public double getY(double x);
```

- 4) In der Testklasse wird ein Feld von mehreren Funktionen erzeugt. Es enthält die Funktionen:

a) $f(x) := e^x - 4$

b) $f(x) := \ln(|x+1|) - \sin(2x) - 0.5$

c) $f(x) := x^2 - \sin(x) - 1$

d) $f(x) := x^4 + x^3 - 5$

- 5) Erstellen Sie darüber hinaus in jeder das Interface
- `Funktion`
- implementierenden Klasse eine passende Methode
- `toString()`
- (siehe Beispiel).

- 6) Von diesen Funktionen wird anschließend eine Nullstelle im Intervall
- $(0,10)$
- auf 10 Stellen genau berechnet. Dabei werden die beiden oben beschriebenen Verfahren (Bisektions- und Sekantenverfahren) benutzt.

Ausgabe:

```
Funktion: f(x) := exp(x)-4 in (0.0,10.0)
Nullstelle: 1.3862943611093215 (Bisektion)
Nullstelle: 1.386294361094921 (Sekantenverfahren)
```

```
Funktion: f(x) := ln|x+1|-sin(2x)-0.5 in (0.0,10.0)
Nullstelle: 1.3823261359357275 (Bisektion)
Nullstelle: 1.3823261359274244 (Sekantenverfahren)
```

```
Funktion: f(x) := x^2-sin(x)-1 in (0.0,10.0)
Nullstelle: 1.409624004008947 (Bisektion)
Nullstelle: 1.4096240039725303 (Sekantenverfahren)
```

```
Funktion: f(x) := x^4+x^3-5 in (0.0,10.0)
Nullstelle: 1.2961533123598201 (Bisektion)
Nullstelle: 1.2961533123553197 (Sekantenverfahren)
```

Zusatzaufgabe:

Testen Sie die Funktion x^2-2 als Lambda. Funktioniert Ihr Programm auch damit?