

Aufgaben zur Veranstaltung Tutorium Analysis 1, SS 2016

Yvonne Nix, Lars Klöser

FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen

Wert einer Reihe, (alternierende) Reihen und Konvergenz

1.) Bestimmen Sie die Summen der folgenden Reihen - falls sie existieren:

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{7^k}$ b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{k+3^k}}{6^k}$ c) $\sum_{k=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{2^k})$ d) $\sum_{k=-3}^{\infty} (\frac{1}{2})^k$
e) $\sum_{k=0}^{\infty} (\frac{1}{3})^{k+3}$

2.) Berechnen Sie den Wert der Reihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{k^2 + 8k + 12}$$

3.) Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten folgender Reihen:

a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^3}{2^k}$ b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k}$ c) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{(2k)!}$ d) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{7^k + 11^k}{13^k + 17^k}$

4.) Folgende Reihen sind auf Konvergenz zu untersuchen:

a) $\sum_{k=1}^{\infty} (\frac{k}{k+1})^k$ b) $\sum_{k=1}^{\infty} (\frac{k+1}{k+2})^{k^2}$ c) $\sum_{k=1}^{\infty} (\frac{14}{5k})^k \cdot k!$ d) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k \cdot (-1)^k}{2+3^k}$
e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k}{k!}$ f) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\sin k)^3}{2k^2 + \cos k}$

5.) a) Konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin n}{\sqrt{n}} \right)^n$$

b) Für welche x konvergiert die Reihe? (Ränder nicht vergessen)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-4}{n} \right)^n (x+1)^n$$

6.) Mit Hilfe des Leibniz-Kriteriums untersuche man :

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k+1)^{k-1}}{(-k)^k}$ b) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2\sqrt{k+3}}$

7.) Untersuchen Sie auf Konvergenz und absolute Konvergenz :

a) $\sum_{k=0}^{\infty} ((-1)^k + 1)$ b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k^3}$ c) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k-\sqrt{k}}}$