

## Aufgaben zur Veranstaltung Tutorium Analysis 1, SS 2016

Yvonne Nix, Lars Klöser

FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen

### Potenzreihen und Taylorreihen

- 1.) Entwickeln Sie die folgende Funktion in eine Potenzreihe um Null:

$$f(x) = \frac{2x^4 - x^3 - 4x^2 + 2x + 5}{2x - 1}, \quad |x| < \frac{1}{2}$$

*Hinweis:* Dividieren Sie zuerst.

- 2.) Entwickeln Sie  $f(x) := \frac{x}{x+2}$  ( $x \neq -2$ )

- nach Potenzen von  $x$
- nach Potenzen von  $(x - 1)$

und bestimmen Sie jeweils den Konvergenzradius.

- 3.) Berechnen Sie das Taylorpolynom 3. Grades für  $f(x) = x \cdot e^{2x}$  um den Entwicklungspunkt  $x_0 = 1$ .

- 4.) Approximieren Sie  $f(x) = \arctan(x)$  im Intervall  $[-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}]$  durch ein Taylorpolynom  $f_m(x)$  (mit Entwicklungspunkt Null) möglichst niedrigen Grades, so dass für den Fehler gilt:  $|f(x) - f_m(x)| < 0,01$ .

- 5.) Berechnen Sie das Taylorpolynom 3. Grades für  $f(x) = e^{2x}$  um den Entwicklungspunkt  $x_0 = 1$ . Ab welchem  $n$  wird an der Stelle  $x = 2$  eine Genauigkeit von  $\frac{1}{100}$  erreicht?

- 6.) Entwickeln Sie die folgende Funktion in eine Potenzreihe um Null:  $f(x) = \frac{3x-5}{x^2-3x+2}$   
Wo konvergiert die Reihe?

*Hinweis:* Partialbruchzerlegung

- 7.) Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{x+1}{3-x}$$

in einer Potenzreihe und den Punkt  $x_0 = 2$ .

- 8.) Bestimmen Sie das Taylorpolynom 4. Grades für  $f(x) = \ln(x)$  an den Stellen  $x_0 = 1$  und  $x_0 = e$ .

- 9.) Approximieren Sie  $f(x) = \arctan(x)$  im Intervall  $[-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}]$  durch ein Taylorpolynom (mit Entwicklungspunkt Null) möglichst niedrigen Grades mit einer Genauigkeit von  $\varepsilon = 0,002$ .

- 10.) Berechnen Sie das Taylorpolynom 5. Grades für  $f(x) = e^{3x}$  um den Entwicklungspunkt  $x_0 = 2$ . Welche Genauigkeit erreicht das Taylorpolynom 5. Grades an der Stelle  $x = 3$  mindestens?