

## Übungsblatt 6

16.11.2016

### Präsenzaufgaben

1.) Gegeben sind die zwei Punkte  $P = (1; 2; 3)$  und  $Q = (-1; 1; 2)$  und die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Gleichungen der beiden Geraden  $g_1$  bzw.  $g_2$  durch den Punkt  $P$  in Richtung von  $\vec{a}$  bzw. durch  $Q$  in Richtung von  $\vec{b}$ .
- (b) Sind die Geraden windschief (d.h. sind sie weder parallel noch haben sie einen Schnittpunkt)?
- (c) Falls das der Fall ist, bestimmen Sie einen Vektor, der senkrecht auf beiden Geraden steht.

2.) Sind die gegebenen Ebenen parallel?

- (a)  $4x - y + 2z = 5$     und     $7x - 3y + 4z = 8$
- (b)  $x - 4y - 3z - 2 = 0$     und     $3x - 12y - 9z - 7 = 0$
- (c)  $2y = 8x - 4z + 5$     und     $x = \frac{1}{2}z + \frac{1}{4}y$

3.) Berechnen Sie paarweise die Schnittpunkte der folgenden Geraden

$$\begin{aligned} G_1 & : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ G_2 & : \frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{4} = 1 \\ G_3 & : \langle \vec{n}, \vec{x} \rangle = 4 \quad \text{mit} \quad \vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

4.) In welchem Punkt schneidet die Gerade durch die Punkte  $P = (1; 1; 1)$  und  $Q = (1; 2; 3)$  die  $(x_1, x_2)$ -Ebene? Berechnen Sie auch den Winkel.  
Welche Ebene senkrecht zur Geraden verläuft durch den Nullpunkt?

- 5.) **Typische IHK-Aufgabe.** Eine Mobilfunkantenne muss wegen der stürmischen Lage auf einem Berg mit Seilen stabilisiert werden. Die Spitze der Antenne hat die Koordinaten

$$P = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 1,5 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

Die Seile werden an den Punkten

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

befestigt.

- (a) Berechnen Sie die Ebene, in der die Punkte  $A$ ,  $B$ ,  $C$  liegen, in Hesse'scher Normalform.
- (b) Der Fuß der Mobilfunkantenne liegt in der gleichen Ebene wie die Endpunkte der Seile. Die Antenne steht genau in  $z$ -Richtung. Bestimmen Sie die Höhe der Antenne (1 LE = 10 m).

## Hausaufgaben (Abgabe bis 22.11.2016)

7.) Bestimmen Sie den Winkel zwischen den Ebenen

$$(a) \quad 3x + 4z = 7 \quad \text{und} \quad x = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$(b) \quad x = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad -6x - 6y - 3z = 1$$

8.) Für welche Werte  $t \in \mathbb{R}$  ist die Gerade

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ t \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

parallel zur Ebene

$$E : 2x - y + t \cdot z = 9, \quad x, y, z \in \mathbb{R}$$

9.) **Typische IHK-Aufgabe.** Das abgebildete Haus hat die Ausmaße: 10m in x-Richtung, 4m in y-Richtung und zwischen 4 und 8m in z-Richtung (siehe Abbildung). Genau in der Mitte seines Daches steht eine 1m hohe Antenne. Auf das Haus fällt (paralleles) Sonnenlicht in Richtung des Vektors  $\vec{v} = (1, -1, -3)$ . Der Koordinatenursprung O liegt vorne in der linken unteren Hausecke.

- Berechnen Sie Anfangs- und Endpunkt der Antenne.
- Berechnen Sie den Schattenpunkt der Antennenspitze auf der Dachoberfläche.
- Wie lang ist der Schatten der Antenne auf dem Dach?

Bild: siehe Rückseite

10.) Bestimmen Sie den Schnittpunkt der folgenden drei Ebenen:

$$x + y + z = 0$$

$$2x + 3y + z = 5$$

$$-x + 2y + 2z = -3$$

