

## Übungsblatt 9

29/30.05.2017

### Präsenzaufgaben

1.) Untersuchen Sie, für welche  $\alpha \in \mathbb{R}$  das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & \alpha & 1 + \alpha \\ 2 & -1 & \alpha \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- (a) keine Lösung besitzt,
- (b) genau eine Lösung besitzt
- (c) unendlich viele Lösungen besitzt.
- (d) Für den Fall, dass es eindeutig lösbar ist (Lösung hängt gegebenenfalls noch von  $\alpha$  ab), soll diese auch angegeben werden.

2.) Bestimmen Sie die Lösbarkeit der folgenden zwei Gleichungssysteme in Abhängigkeit von  $\lambda$ :

(a)  $\begin{pmatrix} -1 & -4 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \\ \lambda & -3 & 3 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

(b)  $\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ \lambda & -3 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$

Wie hängt in beiden Fällen die Lösbarkeit des Gleichungssystems vom Wert der Determinanten

$$\begin{vmatrix} -1 & -4 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \\ \lambda & -3 & 3 \end{vmatrix}$$

ab?

3.) (a) Stellen Sie ein möglichst einfaches homogenes Gleichungssystem auf, das folgende Lösungsmenge hat:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

(b) Stellen Sie ein möglichst einfaches inhomogenes Gleichungssystem mit der gleichen Lösungsmenge auf.

- 4.) **Typische IHK-Aufgabe.** Die drei Freunde Tim, Tom und Jerry haben in einem ausländischen Spirituosen- und Tabakgeschäft eingekauft. Beim Zoll stellen sie fest, dass sie keine Kassenzettel erhalten haben; allerdings wissen sie noch die Endsummen:  
Jerry kaufte 1 Flasche Whiskey, 3 Flaschen Wein und 30 Päckchen Zigaretten und bezahlte 90 Dollar. Tom kaufte keinen Whiskey, 2 Flaschen Wein und 20 Päckchen Zigaretten und bezahlte 50 Dollar und Tim kaufte jeweils 1 Flasche Whiskey und Wein sowie 10 Päckchen Zigaretten und bezahlte 40 Dollar. Wieviel Dollar kosten die Artikel einzeln jeweils höchstens?

## Hausaufgaben (Abgabe bis 05.06.2017)

5.) Für welche reellen Zahlen  $t$  ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + ty + \phantom{z} &= 1 \\ x + t^2y + \phantom{z} &= t \\ x + ty + (t^2 - 2t + 2)z &= t^2 - 3t + 3 \end{aligned}$$

nicht lösbar, lösbar, eindeutig lösbar? Geben Sie die Lösungsmengen an.

6.) Gegeben ist das lineare Gleichungssystem  $A\vec{x} = \vec{b}$ , wobei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & \lambda \end{pmatrix}$$

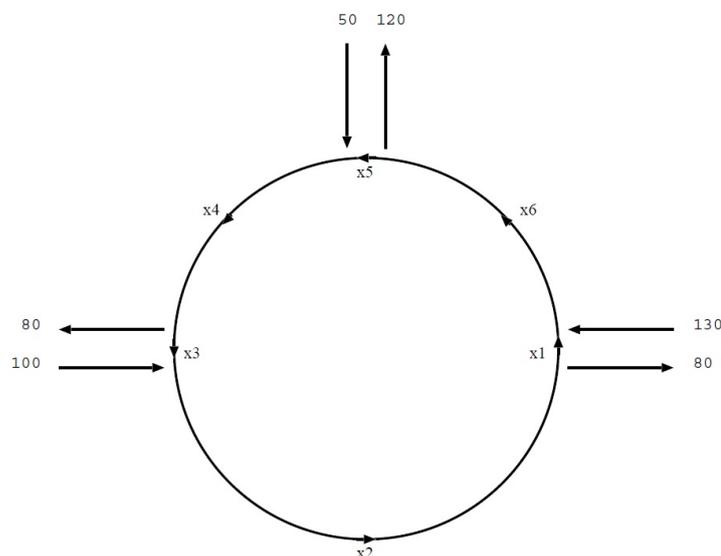
und

$$b = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2\alpha \end{pmatrix}$$

Für welche Werte von  $\lambda, \alpha \in \mathbb{R}$  existieren

- (a) keine Lösung
- (b) unendlich viele Lösungen
- (c) eine eindeutige Lösung ?

7.) **Typische IHK-Aufgabe.** Kreuzungen sind oft als Kreisverkehr - wie in der Skizze unten dargestellt - realisiert. Gehen Sie davon aus, dass der Verkehr in die dort angezeigten Richtungen fließt. Die Zahlen bzw.  $x$ -Werte ( $x_1 \dots x_6$ ) geben die Anzahl der Autos an, die innerhalb einer halben Stunde auf dieser Strecke fahren. Bestimmen Sie eine allgemeine Lösung für den Verkehrsfluss (= Anzahl Autos pro Zeiteinheit) innerhalb des Kreisverkehrs. Berechnen Sie den kleinstmöglichen Wert für  $x_6$ . Was ergibt sich, wenn der maximale Verkehrsfluss bei 200 Autos pro halbe Stunde liegt?



8.) Ein homogenes lineares Gleichungssystem habe die Lösungen  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  und  $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ; weiter

sei  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$  keine Lösung. Was kann man über die Lösungsmenge sagen (ohne sie zu berechnen!)? Wie sieht die Lösungsmenge des inhomogenen Gleichungssystems aus, wenn  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$  eine Lösung des inhomogenen Systems ist.