Übungsblatt 10

06.06.2017

Präsenzaufgaben

1.) Welchen Rang haben die Matrizen $A \in M(4 \times 3, \mathbb{R})$ und $B \in M(n \times 2, \mathbb{R})$ mit $n \geq 2$?

$$(a) A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 \\ -2 & 1 & -8 \\ 1 & 5 & -7 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad (b) b_{ij} = \begin{cases} -i, & i \text{ gerade} \\ i, & i \text{ ungerade} \\ n, & i = n, j = 1 \\ n - 1, & i = n, j = 2 \end{cases}$$

2.) Lösen Sie das folgende Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} x + 3y + 3z = -2 \\ x + 2y + 4z = 3 \\ x + y + z = 0 \end{pmatrix}$$

- (a) nach dem Gauß-Verfahren
- (b) nach der Cramerschen Regel und
- (c) durch Invertierung von A mit Hilfe der Methode der Unterdeterminanten (siehe Hinweis).

Vergleichen Sie den Rechenaufwand.

Hinweis:

Das Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ löst man wie folgt nach $\vec{x}$ auf:

$$\begin{aligned} A\vec{x} &= \vec{b} \\ A^{-1}A\vec{x} &= A^{-1}\vec{b} \\ \vec{x} &= A^{-1}\vec{b} \end{aligned}$$

A^{-1} ist nach der Methode der Unterdeterminanten zu bestimmen.

Hausaufgaben (Abgabe bis 11.06.2017)

- 3.) Bestimmen Sie die Anzahl der linear unabhängigen Zeilen- bzw. Spaltenvektoren, also den Rang, der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- 4.) Für welche Werte von a, b, c ist das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} ax + 2y + z = 1 \\ bx + y + z = 0 \\ cx + 3y - z = 0 \end{pmatrix}$$

lösbar? Berechnen Sie die Lösungen in Abhängigkeit von a, b und c . Verwenden Sie dazu die Cramersche Regel.

- 5.) In der Elektrotechnik ergeben sich eine Widerstandsmatrix

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

und ein Quellspannungsvektor

$$U = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Gesucht ist der Stromvektor I , der sich durch Lösen des linearen Gleichungssystems

$$R \cdot I = U$$

ergibt. Bestimmen Sie die Lösung mithilfe der Cramerschen Regel.

- 6.) Erweitern Sie Ihre Klasse `QuadMatrix` um eine Methode

```
public double[] loeseLGS (double[] b)
```

wobei das Objekt der Klasse `QuadMatrix` als Abbildungsmatrix und b als rechte Seite eines linearen Gleichungssystems interpretiert werden sollen.

Führen Sie die Berechnung der Lösung nach der Cramerschen Regel durch!

Überprüfen Sie die Funktionalität ihres Programms mithilfe der Matrix A und des Vektors $\vec{b}$, welche gegeben sind durch

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Die Lösung des Gleichungssystems $A\vec{x} = \vec{b}$ lautet

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Hinweis: Nutzen Sie dabei die bereits implementierte Methode zur Berechnung der Determinanten nach Laplace.