Benno Willemsen, Birgit Decker, Lars Klöser — FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen

Übungsblatt 11 — 12/13.06.2017

Präsenzaufgaben

1.) **Typische IHK-Aufgabe.** Mit der Wassertiefe ändert sich der Druck, der auf einem im Wasser befindlichen Körper wirkt. Es wird ein Experiment durchgeführt, um den vermuteten Zusammenhang

$$P = \alpha + \beta \cdot d$$

zwischen Wassertiefe d und Druck P zu überprüfen. Es wurden folgende Messwerte aufgenommen:

Wassertiefe	1	3	5	7	9
Druck	2	4	5,5	8,5	10

(a) Bestimmen Sie die Parameter α und β nach der Methode der kleinsten Quadrate.

(b) Ermitteln Sie mit diesen Werten den Druck in einer Tiefe von 15 Metern.

2.) Gegeben seien die Messpunkte $(t_i; y_i)$ für $i = 1, ..., 4$:

$$(1; 10), (2; 12), (3; 26), (4; 16).$$

Stellen Sie die überbestimmten Gleichungssysteme für die unbekannten Parameter a und b auf, wenn folgenden Beziehungen zwischen den y und den t gelten:

(a) $y = a$ (b) $y = a + b \cdot t$

Bestimmen Sie zu (a) und (b) jeweils die Parameter nach der Methode der kleinsten Quadrate. Fertigen Sie eine Skizze an.

3.) Bestimmen Sie die Lösung mit der kleinsten Norm der unterbestimmten Gleichungssysteme:

(a) $$\begin{array}{rcrcrl} x &+& 2y &+& 3z &= 4 \\ 3x &+& 2y &+& z &= 2 \end{array}$$

(b) $x + 2y - 2z = 6$

4.) Stellen Sie die Transformationsmatrizen für folgende Transformationen im $\mathbb{R}^3$ auf:

(a) Drehung um die y-Achse um den Winkel ϕ

(b) Spiegelung an der z-Achse

(c) Dehnung in x-Richtung um den Faktor 2 und Stauchung in z-Richtung um den Faktor $\frac{1}{2}$

(d) Hintereinanderschaltung der Transformationen in der Reihenfolge a) bis c)

Hausaufgaben (Abgabe bis 18.06.2017)

5.) Gegeben seien die Messpunkte $(t_i; y_i)$ für $i = 1, \dots, 3$:

$$(3;7), (2;4), (5;9).$$

Stellen Sie die überbestimmten Gleichungssysteme für die unbekannten Parameter a und b auf, wenn folgende Beziehung zwischen den y und den t gilt:

$$y = a + b \cdot t$$

Bestimmen Sie die Parameter a und b nach der Methode der kleinsten Quadrate ($\vec{x} = (A^T A)^{-1} A^T \vec{b}$). Fertigen Sie eine Skizze an.

6.) Leiten Sie allgemein die Formeln für den Achsenabschnitt sowie die Steigung einer Ausgleichsgeraden zu n verschiedenen Punkten in der Ebene her. Stellen Sie das lineare Gleichungssystem und die Koeffizientenmatrix auf, bilden Sie die Normalgleichungen und lösen Sie diese.

7.) Die Punkte $A(6/0/0), B(2/1/3)$ und $C(-2/-2/2)$ liegen in einer Ebene E.

(a) Stellen Sie die Hessesche Normalform der Ebene auf. Wie groß ist der Abstand der Ebene zum Ursprung?

(b) Welcher Punkt in der Ebene hat den kleinsten Abstand zum Ursprung? Stellen Sie dazu das zugehörige unterbestimmte LGS auf und finden Sie die Lösung mit Hilfe der verallgemeinerten Inverse.

8.) Erweitern Sie die Klasse `QuadMatrix` um eine Methode

```
public boolean istOrthogonalmatrix(),
```

die überprüft, ob das aktuelle Objekt eine Orthogonalmatrix ist.

Testen Sie die Methode mithilfe folgender zwei Matrizen:

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 2 & -6 & 6 \\ 6 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Bei der Matrix A handelt es sich um eine Orthogonalmatrix, bei der Matrix B nicht.