

## Übungsblatt 12

**11.06.2019**

### Präsenzaufgaben

- 1.) **Typische IHK-Aufgabe.** Mit der Wassertiefe ändert sich der Druck, der auf einen im Wasser befindlichen Körper wirkt. Es wird ein Experiment durchgeführt, um den vermuteten Zusammenhang

$$P = \alpha + \beta \cdot d$$

zwischen Wassertiefe  $d$  und Druck  $P$  zu überprüfen. Es wurden folgende Messwerte aufgenommen:

Wassertiefe	1	3	5	7	9
Druck	2	4	5,5	8,5	10

- (a) Bestimmen Sie die Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  nach der Methode der kleinsten Quadrate.  
(b) Ermitteln Sie mit diesen Werten den Druck in einer Tiefe von 15 Metern.
- 2.) Bestimmen Sie die Lösung mit der kleinsten Norm der unterbestimmten Gleichungssysteme:

(a) 
$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 4 \\ 3x + 2y + z &= 2 \end{aligned}$$

(b) 
$$x + 2y - 2z = 6$$

- 3.) Zeigen Sie, dass die Matrix

$$Q = \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \cos \alpha \sin \beta & \cos \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \\ \sin \alpha \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

eine Orthogonalmatrix ist und bestimmen Sie ihre Inverse.

## Hausaufgaben (Abgabe bis 16.06.2019)

4.) Gegeben seien die Messpunkte  $(t_i; y_i)$  für  $i = 1, \dots, 4$ :

$$(1; 10), (2; 12), (3; 26), (4; 16).$$

Stellen Sie die überbestimmten Gleichungssysteme für die unbekannt Parameter  $a$  und  $b$  auf, wenn folgenden Beziehungen zwischen den  $y$  und den  $t$  gelten:

$$(a) \quad y = a \qquad (b) \quad y = a + b \cdot t$$

Bestimmen Sie zu (a) und (b) jeweils die Parameter nach der Methode der kleinsten Quadrate. Fertigen Sie eine Skizze an.

(je 3 Punkte)

5.) Die Punkte  $A(6/0/0)$ ,  $B(2/1/3)$  und  $C(-2/-2/2)$  liegen in einer Ebene  $E$ .

- (a) Stellen Sie die Hessesche Normalform der Ebene auf. Wie groß ist der Abstand der Ebene zum Ursprung?
- (b) Welcher Punkt in der Ebene hat den kleinsten Abstand zum Ursprung? Stellen Sie dazu das zugehörige unterbestimmte LGS auf und finden Sie die Lösung mit Hilfe der verallgemeinerten Inverse.

(je 3 Punkte)

6.) (a) Welche speziellen Eigenschaften besitzt die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 2/3 & -2/3 & 1/3 \end{pmatrix}?$$

*Hinweis:* Es sind zwei Eigenschaften gesucht.

- (b) Bestimmen Sie anschließend die inverse Matrix  $A^{-1}$ . Dies ist mit den speziellen Eigenschaften von  $A$  einfach. Was kann man außerdem über den Wert von  $\det(A)$  sagen?

(je 3 Punkte)