
Aufgabenblock zu Kapitel 5

Gruppen

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die Menge $M = \{2^k | k \in \mathbb{Z}\}$ bezüglich der Multiplikation eine kommutative Gruppe bildet.

Aufgabe 2

$$M = \{n + m \cdot \sqrt{2} \mid n, m \in \mathbb{Q}, (n, m) \neq (0, 0)\}$$

Zeigen Sie, dass $(M, \cdot)$ eine abelsche Gruppe ist.

Die Gültigkeit des AG (Assoziativgesetz) darf vorausgesetzt werden.

Hinweis: Zur Berechnung von Neutralelement und inversen Elementen werden die Koeffizienten von $(\sqrt{2})^0$ und $(\sqrt{2})^1$ verglichen. Dadurch ergeben sich 2 Gleichungen zur Berechnung der 2 Unbekannten.