

Übungsblatt 5

30./31.10.2019

Präsenzaufgaben

1. Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die beiden Vektoren $\vec{x}$ und $\vec{y}$ derart, dass gilt:

$$\vec{a} = \vec{x} + \vec{y},$$

wobei $\vec{x} = \lambda \cdot \vec{b}$ und $\vec{y} \perp \vec{b}$ ist.

2. Berechnen Sie für die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ 0 \end{pmatrix}$ die Aus-

drücke $\vec{a} \times \vec{b}$ und $|\vec{a} \times \vec{b}|$. Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks mit den Eckpunkten $(0, 0, 0)$, $A = (a_x, a_y, 0)$ und $B = (b_x, b_y, 0)$?

Beispiel: $A = (3, 1, 0)$, $B = (1, 2, 0)$.

3. Untersuchen Sie, ob die folgenden Punkte alle auf einer Geraden (Teil (a)) bzw. einer Ebene (Teil (b)) liegen. Geben Sie ggf. eine Normalenform an:

a) $A_1 = (1; 3)$, $A_2 = (-2; 4)$, $A_3 = (10; 0)$

b) $B_1 = (0; 0; 1)$, $B_2 = (3; 0; 1)$, $B_3 = (1; -1; 1)$, $B_4 = (-3; -3; 3)$

4. **Typische IHK-Aufgabe.** Ein Gebäude in Form einer Pyramide hat die Eckpunkte $O = (0, 0, 0)$, $A = (6, 8, 0)$, $B = (0, 8, 0)$ und die Spitze $S = (2, 4, 8)$. Von der Ecke B verläuft zum Punkt $P = (4, 6, 4)$ ein Stahlträger.

- a) Zeigen Sie, dass P in der Ebene E_{OAS} liegt, die die Pyramidenseite OAS enthält.
- b) Überprüfen Sie, ob der Stahlträger senkrecht auf die Ebene E_{OAS} trifft.

Hausaufgaben (Abgabe bis 05.11.2019)

1. Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden durch die Punkte

- a) $A = (-2; 1)$ und $B = (2; 2)$
- b) $A = (1; 2; 3)$ und $B = (3; 1; 2)$

2. a) Bestimmen Sie die Parameterform der Ebene durch die drei Punkte $A = (1, 2, 3)$, $B = (2, 4, 1)$ und $C = (3, -1, 0)$. Liegt der Punkt $D = (1, -5, 4)$ in der Ebene?
- b) Bestimmen Sie einen Vektor, der senkrecht auf dieser Ebene steht und damit eine parameterfreie Ebenengleichung.

3. Gegeben seien vier Punkte $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und

$$D = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Liegen die vier Punkte auf einer Ebene?
- b) Bestimmen Sie α so, dass der Punkt $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 3 \\ \alpha \end{pmatrix}$ auf der Ebene liegt.
- c) E_{ABC} sei die Ebene, in der die Punkte A , B und C liegen. Bestimmen Sie β so, dass $E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ \beta \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und E_{ABC} identisch sind. Geben Sie eine Normalengleichung der Ebene E_{ABC} an.