Übungsblatt 9

25.05.2020

Selbstlernaufgaben

Aufgabe 1

Für welche Werte von a, b, c ist das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} ax + 2y + z = 1 \\ bx + y + z = 0 \\ cx + 3y - z = 0 \end{pmatrix}$$

lösbar? Berechnen Sie die Lösungen in Abhängigkeit von a, b und c . Verwenden Sie dazu die Cramersche Regel.

Aufgabe 2

Gegeben seien die Messpunkte $(t_i; y_i)$ für $i = 1, \dots, 4$:

$$(1; 10), (2; 12), (3; 26), (4; 16).$$

Stellen Sie die überbestimmten Gleichungssysteme für die unbekannt Parameter a und b auf, wenn folgenden Beziehungen zwischen den y und den t gelten:

$$(a) y = a \quad (b) y = a + b \cdot t$$

Bestimmen Sie zu (a) und (b) jeweils die Parameter nach der Methode der kleinsten Quadrate. Fertigen Sie eine Skizze an.

Aufgabe 3

Mit der Wassertiefe ändert sich der Druck, der auf einen im Wasser befindlichen Körper wirkt. Es wird ein Experiment durchgeführt, um den vermuteten Zusammenhang

$$P = \alpha + \beta \cdot d$$

zwischen Wassertiefe d und Druck P zu überprüfen. Es wurden folgende Messwerte aufgenommen:

Wassertiefe	1	3	5	7	9
Druck	2	4	5,5	8,5	10

- Bestimmen Sie die Parameter α und β nach der Methode der kleinsten Quadrate.
- Ermitteln Sie mit diesen Werten den Druck in einer Tiefe von 15 Metern.

Aufgabe 4

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} x + 3y + 3z = -2 \\ x + 2y + 4z = 3 \\ x + y + z = 0 \end{pmatrix}$$

- nach dem Gauß-Verfahren und
- nach der Cramerschen Regel.

Hausaufgaben

Aufgabe 5 (6 Punkte)

In der Elektrotechnik ergeben sich eine Widerstandsmatrix R und ein Quellspannungsvektor U :

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Gesucht ist der Stromvektor I , der sich durch Lösen des linearen Gleichungssystems

$$R \cdot I = U$$

ergibt. Bestimmen Sie die Lösung mithilfe der Cramerschen Regel.

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Gegeben seien die Messpunkte $(t_i; y_i)$ für $i = 1, \dots, 3$:

$$(3; 7), (2; 4), (5; 9).$$

Stellen Sie das überbestimmte Gleichungssystem für die unbekannt Parameter a und b auf, wenn folgende Beziehung zwischen den y und den t gilt:

$$y = a + b \cdot t$$

Bestimmen Sie die Parameter a und b nach der Methode der kleinsten Quadrate. Fertigen Sie eine Skizze an.

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Ermitteln Sie das Ausgleichspolynom zweiten Grades zu den Punkten

$$(-2; 10), (-1; 3), (1; 5), (2; 12).$$

Stellen Sie die Normalgleichung auf und lösen Sie diese. Fertigen Sie eine Skizze der Punkte und der Lösungskurve an.

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Eine Messreihe ergibt zu den Zeiten $t = 1, 2, 3, 4, 5$ in Sekunden folgende Temperaturwerte:

t Sekunden	1	2	3	4	5
$y(t)^\circ C$	0,9	5,8	11,4	12,1	12,9

Stellen Sie das überbestimmte Gleichungssystem für die unbekannt Parameter a und b auf und bestimmen Sie diese nach der Methode der kleinsten Quadrate, wenn folgende Beziehung zwischen y und t gilt:

$$y(t) = a \cdot t + b \cdot \sin\left(-t \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$