

Übungsblatt 2

12.10.2020

Selbstlernaufgaben

Aufgabe 1

Wieviele und welche Lösungen haben die folgenden Gleichungssysteme? Geben Sie jeweils die Lösungsmenge an!

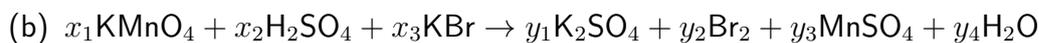
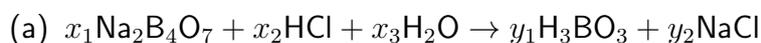
$$(a) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 1 \\ 5x_1 + 7x_2 = 3 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 10 \\ 3x_1 + 6x_2 = 15 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 = 5 \\ -6x_1 + 3x_2 = 1 \end{cases}$$

Aufgabe 2

Vervollständigen Sie die folgenden chemischen Reaktionsgleichungen, indem Sie für x_1, x_2, \dots und y_1, y_2, \dots möglichst kleine natürliche Zahlen wählen:



Aufgabe 3

Wieviel 15%ige Schwefelsäure muss man mit wieviel 25%iger Schwefelsäure mischen, um 10 Liter 18%ige Säure zu erhalten?

Aufgabe 4

Ein Student schreibt eine LA-Klausur. Es gibt 4 Aufgaben zu je 25 Punkten. Bei 50 Punkten ist die Klausur bestanden. 2 Monate später fragt er den Professor nach seiner Punktzahl. Der sadistische Professor antwortet:

- Ihre Punktzahl bei Aufgabe *A* ist doppelt so hoch wie bei Aufgabe *D*.
- Bei Aufgabe *B* haben Sie einen Punkt mehr erhalten als Sie bei *A* verloren haben.
- In Aufgabe *C* haben Sie so viele Punkte erhalten wie in den Aufgaben *B* und *D* zusammen.
- Ihre Aufgaben *A* und *C* sind so gut, dass Sie aus *B* und *D* nur noch 16 Punkte zum Bestehen brauchen.

Hat der Student seine Klausur bestanden?

Hausaufgaben

Aufgabe 5

Eine quadratische Matrix A heißt *symmetrisch*, wenn $A^T = A$ gilt und heißt *antisymmetrisch*, wenn gilt $A^T = -A$.

Zeigen Sie: Jede quadratische Matrix ist die Summe einer symmetrischen und einer antisymmetrischen Matrix.

Tipp: Was gilt für die Symmetrie von $A + A^T$ und $A - A^T$?

Aufgabe 6

Aus drei Legierungen Leg 1 bis Leg 3 mit den im linken Teil der Tabelle angegebenen Zusammensetzungen sollen neue Legierungen (rechter Teil der Tabelle) hergestellt werden. Prüfen Sie, ob dies möglich und sinnvoll ist, und geben Sie gegebenenfalls die Anteile der einzelnen Legierungen 1 - 3 an, die für die Stoffe a) bzw. b) benötigt werden. Verwenden Sie den Gauß'schen Algorithmus.

| Stoff | Leg 1 | Leg 2 | Leg 3 | Stoff | a) | b) |
|--------|-------|-------|-------|--------|-----|-----|
| Zink | 20% | 0% | 10% | Zink | 15% | 1% |
| Zinn | 0% | 20% | 10% | Zinn | 5% | 17% |
| Kupfer | 80% | 80% | 80% | Kupfer | 80% | 82% |

Aufgabe 7

Ein Unternehmer legt folgende Umsatzermittlungstabelle dem Finanzamt vor:

| | Menge Produkt 1 | Menge Produkt 2 | Umsatz (Euro) |
|---------|--------------------|--------------------|------------------|
| Januar | 10 | 20 | 70 |
| Februar | 20 | 10 | 80 |
| März | 15 | 15 | 50 |

- (a) Begründen Sie, warum der Beamte an der Korrektheit der Zahlen zweifelt.
- (b) Korrigieren Sie den Umsatz im März so, dass das Finanzamt nicht misstrauisch wird.

Aufgabe 8

Wieviele und welche Lösungen haben die folgenden Gleichungssysteme? Geben Sie jeweils die Lösungsmenge an!

$$(a) \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 4 \\ -6x_1 + 10x_2 - 3x_3 = 2 \\ x_1 - \frac{3}{2}x_2 + x_3 = 1 \end{array} \right\}$$

$$(b) \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 13 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 9 \\ 6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \end{array} \right\}$$