

Übungsblatt 05

04.11.2021

1. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie die Konvergenzradien folgender Potenzreihen:

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2x^k}{k^2}$ b) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3k \cdot x^k}{2^k}$ c) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{3k}}{3^{k+1}}$

2. Entwickeln Sie die folgende Funktion in eine Potenzreihe um Null:

$$f(x) = \frac{2x^4 - x^3 - 4x^2 + 2x + 5}{2x - 1}, \quad |x| < \frac{1}{2}$$

Hinweis: Kürzen Sie zuerst.

3. Gegeben sei folgende Funktion

$$f(x) = \frac{3x - 5}{x^2 - 3x + 2}$$

- a) Entwickeln Sie die Funktion in eine Potenzreihe um Null.
b) Wo konvergiert die Reihe?

Hinweis: Verwenden Sie die Partialbruchzerlegung.

4. **(Präsentation der Lösung)** Vereinfachen Sie die folgenden Terme mithilfe der Additionstheoreme

a) $\frac{\sin(2x)}{\sin(x)}$ b) $\sin^4(x) - \cos^4(x)$

5. Bestimmen Sie a und b so, dass die folgende Funktion $f(x)$ stetig wird

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{für } x < 0 \\ ax + b & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ 5x - 2 & \text{für } x > 1 \end{cases}$$

6. **(Präsentation der Lösung)** Überprüfen Sie, ob und wie die folgenden Funktionen in $x_0 = -1$ stetig ergänzbar sind.

a) $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 + 3x + 2}$
b) $g(x) = \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}$
c) $h(x) = \frac{4x}{x^2 + 2x + 1}$