Aufgaben zur Veranstaltung
Analysis 1, WiSe 2021/2022

Dr. Thomas Eifert, Yvonne Albrecht M.Sc. FH Aachen, FB 09; IT Center, RWTH Aachen

Übungsblatt 06 11.11.2021

1. Zeigen Sie, dass die folgende Funktion auf dem Intervall $[1, 2]$ gleichmäßig stetig ist:

$$f(x) = \sqrt{x}$$

2. Ist die folgende Funktion lokal Lipschitz-stetig im Punkt x_0? Berechnen Sie ggfls. die Lipschitz-Konstante L in Abhängigkeit von δ.

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}, \quad x_0 = -1$$

3. **(Präsentation der Lösung)** Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$$

   a) Beweisen Sie, dass $f(x)$ mindestens eine Nullstelle im Intervall $\left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right]$ besitzt.
   b) Welche Auswirkung hat die Vergrößerung des zu untersuchenden Intervall auf $\left[-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right]$? Was bedeutet dies für die Nullstellensuche?
   c) Wie viele Nullstellen kann ein Polynom $n-$ten Gerades maximal haben?

4. **(Präsentation der Lösung)** Zeigen Sie:

   a) Ist die Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ im Intervall $[1, 3]$ selbstkontrahierend?
   b) Ist die Funktion $f(x) = x^2 - 2x$ im Intervall $[0, 2]$ selbstkontrahierend?

5. **(Präsentation der Lösung)** Vereinfachen Sie die folgenden Terme soweit wie möglich

   a) $\ln(e^7)$ b) $e^{3\cdot\ln(5)}$ c) $\ln\left(\frac{3}{a}\right) + \ln(6a)$
   d) $7 \cdot \ln(b^3) - \ln(b^{21})$ e) $(e^b)^{\ln(2)}$