

Hausaufgabenblatt 06

1. Entscheiden Sie, ob die folgende Funktion auf dem Intervall $[-1, 1]$ gleichmäßig stetig ist

$$f(x) = \frac{x}{4 - x^2}$$

2. Gegeben sei die folgende Funktion

$$f(x) = \sqrt{2 + 3x}$$

- a) Ist die Funktion lokal Lipschitz-stetig im Punkt $x_0 = 1$? Berechnen Sie ggfls. die Lipschitz-Konstante L in Abhängigkeit von δ .
- b) Zeigen Sie, dass die Funktion auf $[0, 3)$ Lipschitz-stetig ist und berechnen Sie eine Lipschitz-Konstante L .

3. Gegeben sind folgende Funktionen:

$$f(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 24$$

- a) Zeigen Sie, dass $f(x)$
- mindestens eine Nullstelle im Intervall $[1, 3]$ und
 - mindestens drei Nullstellen im Intervall $[-5, 3]$
- hat.
- b) Wie viele Nullstellen kann ein Polynom n -ten Grades maximal haben?

4. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{x} + 2$$

- a) Zeigen Sie, dass die Funktion auf dem Intervall $[2, 5]$ die Voraussetzungen des Fixpunktsatzes erfüllt.
- b) Mit dem Startpunkt $x_0 = 3$ berechnen Sie mit der a-priori-Abschätzung die notwendige Anzahl Iterationen, um den Fixpunkt mit der Genauigkeit $\varepsilon = \frac{1}{1.000}$ zu berechnen.
- c) Mit demselben Startpunkt und derselben verlangten Genauigkeit, berechnen Sie die Iterationen, bis mit der a-posteriori Abschätzung die Genauigkeit erreicht ist.

Sie dürfen die Monotonie der Funktion ausnutzen.

5. Fassen Sie falls möglich folgende Terme zu einem Term zusammen.

- a) $3 \ln(x) + \frac{1}{2} \ln(y) - \frac{1}{3} \ln(z)$
- b) $\log_a(5) + \log_a(3 + b) - 1$
- c) $\frac{1}{2} \lg(x + y) - 3 \lg(x^2 - y^2) - (x - y) \cdot \lg(x - y)$