

Selbstlernfragen Woche 09

Matthias Grajewski, Ruth Schöbel, Benno Wienke

- 1.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Ein Gleichungssystem $Ax = b$ ist genau dann eindeutig lösbar, wenn A maximalen Rang besitzt, d.h. der höchste Rang, den eine Matrix mit der Größe von A überhaupt haben kann."?
- 2.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Für ein lineares Gleichungssystem mit 3 Unbekannten und 3 Bedingungen ist die Lösungsmenge entweder ein Punkt, eine Gerade oder eine Ebene."?
- 3.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Hat eine Matrix eine Determinante von 0, dann ist sie nicht invertierbar."?
- 4.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Wenn eine Matrix nicht invertierbar ist, dann beträgt ihre Determinante 0."?
- 5.) Die Zeilenumformungen Z1 - Z3 des Gauß-Verfahrens erhalten bekanntlich den Rang einer Matrix. Dazu zählt auch, dass man ein Vielfaches einer Zeile zu einer anderen Zeile addieren darf. Wir betrachten die Einheitsmatrix

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

und erkennen $\text{rg}(A) = 2$. Wir addieren jetzt die erste zur zweiten und zugleich die zweite zur ersten Zeile. Man erhält

$$\tilde{E} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

mit $\text{rg}(\tilde{E}) = 1$. Wie kann das sein?

- 6.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Ist die Matrix A regulär, dann kann man für eine beliebige rechte Seite das Gauß-Verfahren durchführen."?
- 7.) Welche Möglichkeiten zur Rangbestimmung einer Matrix kennen Sie?
- 8.) Sei A quadratisch. Stimmt das: "Ist $A^T A$ invertierbar, dann ist auch A invertierbar."?
- 9.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Wenn ein Gleichungssystem mehr Bedingungen als Unbekannte hat, dann hat es keine Lösung."?
- 10.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Wenn ein Gleichungssystem weniger Bedingungen als Unbekannte hat, dann hat es unendlich viele Lösungen."?
- 11.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Wenn ein Gleichungssystem genauso viele Bedingungen wie Unbekannte hat, dann hat es eine eindeutige Lösung."?