

Übungsblatt 4

26.10.2022

Selbstlernaufgaben

Aufgabe 1

Berechnen Sie für die Vektoren

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

die Produkte

$$\langle a \times b, c \rangle \quad \text{und} \quad \langle a, b \times c \rangle.$$

Aufgabe 2

Berechnen Sie für die Vektoren $a = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ 0 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ 0 \end{pmatrix}$ die Ausdrücke $a \times b$ und $|a \times b|$.

Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks mit den Eckpunkten $(0, 0, 0)$, $A = (a_x, a_y, 0)$ und $B = (b_x, b_y, 0)$?

Beispiel: $A = (3, 1, 0)$, $B = (1, 2, 0)$.

Aufgabe 3

Die Vektoren b und a_n , $n \in \mathbb{N}_0$ sind gegeben durch

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad a_{n+1} = (a_n \times b) \times b$$

Berechnen Sie die Vektoren a_1 , a_2 und a_3 , gebe eine explizite Formel für a_n an und beweise sie durch vollständige Induktion.

Aufgabe 4

Gegeben sind die Vektoren $a = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die beiden Vektoren x und y derart, dass gilt:

$$a = x + y,$$

wobei $x \parallel b$ und $y \perp b$ ist.

Hausaufgaben

Aufgabe 5 (Keine Abgabe!)

Schauen Sie sich den Teil des Videos zu Kapitel 2.1 des Skriptes von Beweis 2.48.2 bis einschließlich Bemerkung 2.51 an. Sie finden das Video im ILIAS unter "Vorlesungsvideos → Kapitel 2 - Analytische Geometrie → Kap_2.2.1_Teil1.mp4". Der entsprechende Videoabschnitt beginnt im Video bei Zeitpunkt 4:15 min und endet bei Zeitpunkt 16:50 min.

Aufgabe 6

Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden durch die Punkte A und B. Untersuchen sie jeweils, ob der Punkt C auf dieser Geraden liegt.

(a) $A = (-2; 1)$, $B = (2; 2)$ und $C = (-10; 5)$

(b) $A = (1; 2; 3)$, $B = (3; 1; 2)$ und $C = (-9; 7; 8)$

Aufgabe 7

Gegeben sei die Gerade g mit

$$g : x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie eine Gerade, diese senkrecht zu der Geraden g ist und zusätzlich durch den Punkt $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ geht.

Aufgabe 8

Bestimmen Sie die Lösungen x der Gleichung $a \times x = b$ für $a = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und

(a) $b = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$

(b) $b = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$

falls es überhaupt Lösungen gibt.