

Übungsblatt 9

15./16.05.2023

Selbstlernaufgaben

Aufgabe 1

Weisen Sie folgende Gleichung nach:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \\ 1 & d & d^2 & d^3 \end{vmatrix} = (d-a)(c-a)(b-a)(d-b)(c-b)(d-c)$$

Aufgabe 2

Für welches $\alpha \in \mathbb{R}$ hat das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 &= 2 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 &= 1 \\ 3x_1 + \alpha x_2 - 5x_3 &= 4 \end{aligned}$$

keine, eine bzw. unendlich viele Lösungen? Geben Sie gegebenenfalls die Lösungen an.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Anzahl der linear unabhängigen Zeilen- bzw. Spaltenvektoren, also den Rang, der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

Finden Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe folgender Schritte:

- Bestimmen Sie den Kern der Abbildungsmatrix.
- Erraten Sie eine spezielle Lösung.
- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung.

Hausaufgaben

Aufgabe 5

Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ c & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ d \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Werte für c und d , für die das lineare Gleichungssystem $Ax = b$

- (a) genau eine Lösung
- (b) keine Lösung
- (c) unendlich viele Lösungen

hat.

Aufgabe 6

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2ix + y &= -1 \\ (1+i)x + (1-i)y &= 0 \end{aligned}$$

wobei i die imaginäre Einheit ist.

Aufgabe 7

Untersuchen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $a \times x = b$ für gegebene Vektoren a und b des \mathbb{R}^3 . Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- (a) Stellen Sie die zugehörige Abbildungsmatrix A auf.
- (b) Bestimmen Sie alle Lösungen z mit $Az = 0$.
- (c) Bestimmen Sie den Wert für c , für den das LGS $a \times x = b$ mit

$$a = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 8 \\ c \\ -2 \end{pmatrix}$$

lösbar ist.

- (d) Bestimmen Sie die Lösungsmenge für diesen konkreten Fall.

Aufgabe 8

Typische IHK-Aufgabe. Ein Unternehmer legt folgende Umsatzermittlungstabelle dem Finanzamt vor:

	Produkt 1	Produkt 2	Umsatz (Euro)
Januar	10	20	70
Februar	20	10	80
März	15	15	50

- (a) Begründen Sie, warum der Beamte an der Korrektheit der Zahlen zweifelt.
- (b) Korrigieren Sie den Umsatz im März so, dass das Finanzamt nicht misstrauisch wird.