Vorläufige Hausaufgaben zum Übungsblatt 13

Bei den folgenden Aufgaben handelt es sich um voraussichtliche Hausaufgaben zum kommenden Übungsblatt. Diese werden lediglich nach Wunsch vorläufig zur Verfügung gestellt und besitzen keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Die finalen Aufgaben sowie deren Nummerierung entnehmen Sie bitte dem vollständigen Übungsblatt, welches wie gewohnt am Tag der Übung an entsprechender Stelle hochgeladen wird.

Aufgabe 1

Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrizen

(a)
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$
 (b) $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

Bestimmen Sie auch eventuelle komplexe Eigenwerte und Eigenvektoren. Ein komplexes Gleichungssystem können Sie wie ein reelles Gleichungssystem mit dem Gauß-Verfahren lösen.

Aufgabe 2

Eine Abbildung im \mathbb{R}^2 ist wie folgt definiert:

Ein gegebener Vektor x wird zuerst um 90 im Uhrzeigersinn gedreht und anschließend an der y-Achse gespiegelt.

- (a) Das Vielfache welchen Vektors wird auf sich selbst abgebildet?
- (b) Die Abbildung welchen Vektors (bzw. des Vielfachen diesen Vektors) zeigt genau in die entgegengesetzte Richtung?
- (c) Stellen Sie die zugehörige Abbildungsmatrix A auf.
- (d) Bestimmen Sie die Eigenwerte von A. Passen diese zu den Beobachtungen aus a) und b)?

Aufgabe 3

In einem Land haben bei der letzten Wahl 50% der Wähler Partei A, 30% Partei B und 20% Partei C gewählt. Aus der Wahlforschung ergibt sich, dass je 10% der A-Wähler nun B und C wählen, 10% der B-Wähler A und 20% C wählen und nur die Hälfte der C-Wähler treu sind, aber 30% B wählen wollen.

- (a) Stellen Sie die Übergangsmatrix auf.
- (b) Ermitteln Sie die Prozentwerte bei der nächsten Wahl.
- (c) Auf welche stationäre Verteilung würde sich das Wahlergebnis einpendeln, wenn der Trend bei jeder Wahl gleich bliebe? (Berechnung mit Hilfe von Eigenwerten/-vektoren!)