

Aufgaben zur Veranstaltung Lineare Algebra 2

Jacqueline Gottowik, Matthias Grajewski, Sina Mattfeldt

Übungsblatt 8

Selbstlernaufgaben

Aufgabe 1

Für welche Werte von a ist das Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \\ -2 & a \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$$

lösbar? Geben Sie in diesen Fällen die Lösungen der Gleichung an.

Aufgabe 2

Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ c & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ d \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Werte für c und d , für die das lineare Gleichungssystem $Ax = b$

- (a) genau eine Lösung
- (b) keine Lösung
- (c) unendlich viele Lösungen

hat.

Aufgabe 3

Die drei Freunde Tim, Tom und Jerry haben in einem ausländischen Spirituosen- und Tabakgeschäft eingekauft. Beim Zoll stellen sie fest, dass sie keine Kassenzettel erhalten haben; allerdings wissen sie noch die Endsummen:

Jerry kaufte 1 Flasche Whiskey, 3 Flaschen Wein und 30 Päckchen Zigaretten und bezahlte 90 Dollar. Tom kaufte keinen Whiskey, 2 Flaschen Wein und 20 Päckchen Zigaretten und bezahlte 50 Dollar und Tim kaufte jeweils 1 Flasche Whiskey und Wein sowie 10 Päckchen Zigaretten und bezahlte 40 Dollar. Wieviel Dollar kosten die Artikel einzeln jeweils höchstens?

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Anzahl der linear unabhängigen Zeilen- bzw. Spaltenvektoren, also den Rang, der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Hausaufgaben

Aufgabe 5

Finden Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe folgender Schritte:

- (a) Bestimmen Sie den Kern der zum linearen Gleichungssystem gehörenden Matrix.
- (b) Erraten Sie eine spezielle Lösung des linearen Gleichungssystems.
- (c) Geben Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems an.

Aufgabe 6

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -2 & -4 & 1 \\ 1 & \lambda & -1 \end{pmatrix}$$

und

$$b = \begin{pmatrix} 5 \\ \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$

Für welche Werte von $\lambda, \alpha \in \mathbb{R}$ existieren

- (a) keine Lösung
- (b) unendlich viele Lösungen
- (c) eine eindeutige Lösung ?

Aufgabe 7

Anna, Berta und Carla kaufen im Schmuckbedarfsgroßhandel Perlen unterschiedlicher Qualität. Es gibt drei verschiedene Sorten. Anna kauft jeweils 10 Perlen jeder Sorte und bezahlt 50 Euro. Berta nimmt auch 30 Perlen, aber nur von Sorte 1 und 2. Sie nimmt jeweils gleich viele und bezahlt 60 Euro. Carla bezahlt per Kreditkarte für ihre 60 Perlen 110 Euro. Sie wählt 25 von Sorte 1, 25 von Sorte 2 und 10 von Sorte 3. Welche Ober- und Untergrenzen für die Einzelpreise ergeben sich?

Aufgabe 8

Welchen Rang haben die Matrizen $A \in \mathbb{R}^{4 \times 3}$ und $B \in \mathbb{R}^{n \times 2}$ mit $n \geq 2$?

$$(a) A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 \\ -2 & 1 & -8 \\ 1 & 5 & -7 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(b) b_{ij} = \begin{cases} -i, & i \text{ gerade und } i < n \\ i, & i \text{ ungerade und } i < n \\ n, & i = n, j = 1 \\ n - 1, & i = n, j = 2 \end{cases}$$