

Präsenzaufgaben 2: Graphen

31.03.2025

Die Lösung der Aufgaben wird am Ende von Ihnen vorgestellt.

Aufgabe 1:

Graphen.

- a) Sei $\Sigma_1 = \{a, b, c\} \wedge L_1 = \{w \in \Sigma_1^* \mid |w|_a = |w|_b = \lfloor \frac{|w|_c}{3} \rfloor\}$. Welche der folgenden Worte sind Teil der Sprache L_1 ? Falls nein, begründen Sie kurz Ihre Antwort.
 - ab
 - $ccacbc$
 - cc
 - $acacacacacccccbcbbcbcc$
 - $c(acbc)^*c$
- b) Sei $\Sigma_2 = \{a, b, c, d\} \wedge L_2 = \{w \in \Sigma_2^* \mid |w| < 5\}$. Wie viele Wörter enthält L_2 ?
- c) Sei $L_3 = \{w \in \Sigma_2^* \mid \forall i \in \Sigma_2 : |w|_i = 1 \wedge |w| = 4\}$. Wie viele Wörter enthält L_3 ?
- d) Sei $L_4 = \{w \in \Sigma_2^* \mid \exists i \in \Sigma_2 : |w|_i \geq 2 \wedge |w| = 4\}$. Wie viele Wörter enthält L_4 ?
- e) Zeichnen Sie den ungerichteten Graphen

$$G = (\{v_1, v_2, v_3, v_4\}, \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_3, v_4), (v_3, v_2)\})$$

und geben Sie die dazugehörige Adjazenzmatrix an.

- f) Zeichnen Sie einen vollständigen, ungerichteten und gewichteten Graphen mit $|V| = 4$ ohne self-loops. Beschriften Sie die Knoten mit v_i , wobei $i \in \{1, 2, 3, 4\}$. Die Gewichtsfunktion ist folgendermaßen definiert:

$$\phi((v_i, v_j)) := \min(i, j)$$

- g) Zeichnen Sie den ungewichteten und gerichteten Graphen, der durch folgende Adjazenzmatrix beschrieben ist:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2:

Graphen. Wir möchten eine Klasse für gerichtete Graphen programmieren.

- a) Dafür benötigen wir die Klassen Edge und Vertex.
 - Ein Vertex/Knoten hat eine id, die als Integer gespeichert wird. Mit der toString-Methode soll die id ausgegeben werden. Zudem muss Vertex das Interface Comparable implementieren, um Knoten miteinander vergleichen zu können. Die Ordnung von vertices/Knoten ergibt sich über deren id.

- Eine Edge/Kante hat einen start- und end-vertex/Knoten. Fügen Sie zusätzlich geeignete Konstruktoren hinzu.

Zudem müssen Sie die Methode `equals(Object o)` überschreiben. Es soll sichergestellt werden, dass zwei Kanten gleich sind, wenn start und ende gleich sind. Außerdem müssen Sie noch folgende Methode hinzufügen:

Listing 3.1: hashCode in Klasse Edge

```
@Override
public int hashCode() {
    return Objects.hash(start, end);
}
```

- b) Die Klasse Graph soll als Attribute zwei Mengen haben. Die Menge der vertices/-Knoten und die Menge der edges/Kanten. Um in Java Mengen abzubilden, gibt es das Interface `Set`. Nutzen Sie die Implementation `HashSet`. Fügen Sie zusätzlich einen geeigneten Konstruktor hinzu.
- c) Implementieren Sie die `toString`-Methode, die den Graphen als Adjazenzmatrix ausgibt. Dieser Teil von `main`:

Listing 3.2: main in Klasse Graph

```
Vertex v2 = new Vertex(2);
Vertex v1 = new Vertex(1);
HashSet<Vertex> tempV = new HashSet<Vertex>();
tempV.add(v2);
tempV.add(v1);

Edge e1 = new Edge(v1,v2);
HashSet<Edge> tempE = new HashSet<Edge>();
tempE.add(e1);

Graph test = new Graph(tempV,tempE);
test.toString();
```

soll zu folgender Ausgabe führen:

```
1: 0 1
2: 0 0
```