

Hausaufgaben 2: Graphen

31.03.2025

Abgabe der Lösung am 06.04.2025

Aufgabe 1:

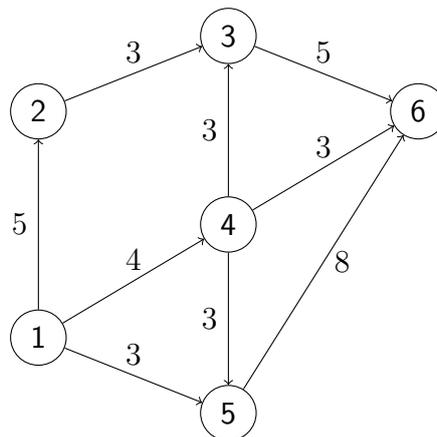
Sprachen und Graphen.

- a) Sei $\Sigma_1 = \{a, b, c\} \wedge L_1 = \{w \in \Sigma_1^* \mid |w|_a + |w|_b = \lfloor \frac{|w|_c}{2} \rfloor\}$. Welche der folgenden Worte sind Teil der Sprache L_1 ? Falls nein, begründen Sie kurz Ihre Antwort.
 - cab
 - $ccacbcc$
 - cc
 - $acacacacaccccccbcbcbcbcc$
 - $c(acccb)^*cca$
- b) Sei $\Sigma_2 = \{a, b, c, d\} \wedge L_2 = \{w \in \Sigma_2^* \mid |w| < 5 \wedge |w|_a = 1\}$. Wie viele Wörter enthält L_2 ?
- c) Sei $L_3 = \{w \in \Sigma_2^* \mid |w|_a = 0 \wedge |w| < 5\}$. Wie viele Wörter enthält L_3 ?
- d) Sei $L_4 = \{w \in \Sigma_2^* \mid |w|_a \geq 1 \wedge |w| = 4\}$. Wie viele Wörter enthält L_4 ?
- e) Zeichnen Sie den gerichteten Graphen

$$G = (\{v_1, v_2, v_3, v_4\}, \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_4, v_1), (v_2, v_4), (v_4, v_2)\})$$

und geben Sie die dazugehörige Adjazenzmatrix an.

- f) Geben Sie für den folgenden Graphen die Adjazenzmatrix an:



- g) Zeichnen Sie den ungerichteten Graphen, der durch folgende Adjazenzmatrix beschrieben ist:

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2:

Deterministische endliche Automaten. Wir möchten unsere Klasse für gerichtete Graphen erweitern, um DEAs umzusetzen. Dafür müssen wir die Klassen `Edge` und `Graph` erweitern.

- Die Klasse `Transition` soll die Klasse `Edge` erweitern. Es muss ein `HashSet` hinzugefügt werden, in dem die möglichen Symbole, die eine Transition ermöglichen, gespeichert sind.
- Die Klasse `DEA` soll die Klasse `Graph` erweitern. Dafür muss die Oberklasse `Graph` einen Default-Konstruktor erhalten. Der Konstruktor für die Klasse `DEA` soll folgenden Header haben:

```
public DEA(HashSet<Vertex> vertices,
           HashSet<Character> alphabet,
           HashSet<Transition> edges,
           Vertex start,
           HashSet<Vertex> finalStates)
```

- Implementieren Sie die **private**-Methode `correctDEA()`. Diese soll überprüfen, ob für jedes Paar aus `Vertex`/Knoten und Buchstaben aus Σ genau eine Kante existiert. Ist dies nicht der Fall, soll ein Fehler geworfen werden. Diese Methode soll dann am Ende des Konstruktors aufgerufen werden. Hinweis: Die Methoden `equals` und `hashCode` müssen für die Klasse `Transition` angepasst werden.
- Implementieren Sie nun eine **boolean** `containsWord(String w)`-Methode, die überprüft, ob der Automat in einem Endzustand landet.

Listing 3.4: main in Klasse DEA

```
public static void main(String[] args) {

    Vertex v2 = new Vertex(2);
    Vertex v1 = new Vertex(1);
    HashSet<Vertex> tempV = new HashSet<Vertex>();
    tempV.add(v2);
    tempV.add(v1);

    HashSet<Character> temp1 = new HashSet<Character>();
    temp1.add('a');
    HashSet<Character> temp2 = new HashSet<Character>();
    temp2.add('b');
    HashSet<Character> temp3 = new HashSet<Character>();
    temp3.add('a');
    temp3.add('b');
    HashSet<Character> alphabet = new HashSet<Character>();
    alphabet.add('a');
    alphabet.add('b');

    Transition t1 = new Transition(v1,v2, temp1);
    Transition t2 = new Transition(v1,v1, temp2);
    Transition t3 = new Transition(v2,v2, temp3);
    Transition tFALSE = new Transition(v1,v2, temp3);

    HashSet<Transition> tempT = new HashSet<Transition>();
    tempT.add(t1);
    tempT.add(t2);
    tempT.add(t3);
```

```
//tempT.add(tFALSE);  
  
HashSet<Vertex> finalStates = new HashSet<Vertex>();  
finalStates.add(v2);  
DEA test = new DEA(tempV,alphabet,tempT,v1,finalStates);  
  
System.out.println(test.containsWord("baabaabab"));  
System.out.println(test.containsWord("bb"));  
System.out.println(test.containsWord("a"));  
}
```

soll zu folgender Ausgabe führen:

Listing 3.5: Ausgabe von main in Klasse DEA

```
true  
false  
true
```