Dr. H.J. Pflug, ReZe/RWTH

Klausur zur Linearen Algebra I 29.06.2005

Punkte

1) Zeigen Sie, dass die beiden Geraden

$$g1 : \vec{x} = (2, -3, -1) + \lambda(1, 0, 2); \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

$$g2 : \vec{x} = (-3, 3, 1) + \mu(2, 2, 1); \quad \mu \in \mathbb{R}$$

windschief sind. 9

2) In der Ebene $E : 2x - y + z - 3 = 0$ liegen die Punkte $P_1 = (0, a, 2)$ und $P_2 = (1, 0, b)$.

a) Bestimmen Sie die fehlenden Koordinaten von P_1 und P_2.
b) Geben Sie eine Parameterdarstellung der Ebene E an.
c) Ermitteln Sie die in der Ebene E liegende Gerade g, die die Verbindungsstrcke $P_1\bar{\ }P_2$ in deren Mittelpukt P_m senkrecht schneidet (Skizze!). 18

3) Für welche Werte des Parameters a hat das Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcr} x & + & y & - & z = 1 \\ 2x & + & 3y & + & az = 3 \\ x & + & ay & + & 3z = 2 \end{array}$$

a) keine Lösung; b) unendlich viele Lösungen c) eine eindeutige Lösung? 15

4) Unter welcher Bedingung liegen vier Punkte in einer Ebene? 8

5) Berechnen Sie die Norm der folgenden 2 Vektoren des Vektorraums P_2 der Polynome vom Grad ≤ 2 bzgl. des Skalaprodukts

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x) \cdot g(x) dx.$$

a) $4x^2 + 6x + 3$
b) $-4x^2 + 10x + 2$ 13

6) Für Punkte $X = (x_1, x_2)$ und $Y = (y_1, y_2)$ aus $\mathbb{R}$ ist folgende Multiplikation definiert:

$$X \circ Y = (x_1 y_1 - x_2 y_2, x_1 y_2 + x_2 y_1)$$

Bildet die Menge $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ bzgl. der Operation $\circ$ eine Gruppe?
Wie lauten das neutrale und das inverse Element? 12

7) Untersuchen Sie die Funktionen $\{sinx, \;\; sin^2x, \;\; sin2x\}$ auf ihre lineare Unabhängigkeit auf dem Intervall $[0, 2\pi]$. 10

8) Geben Sie zwei linear unabhängige Vektoren $\vec{b}, \vec{c}$ an, die senkrecht auf dem Vektor $\vec{a} = (-2, 1, 2, -3)$ stehen. Orthonormieren Sie die drei Vektoren $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c}$. 15

Summe der Punkte: **100**